

PREGUNTA 3

(4 puntos)

Considere las curvas $C_1: \rho = 2\sqrt{1 + \sin(2\theta)}$ y $C_2: \rho = \sqrt{2}$. Sea R la región interior a C_1 y exterior a C_2 . Halle el perímetro de R .

PREGUNTA 4

(6 puntos)

Designemos por $X = X(t)$ al producto nacional, por $K = K(t)$ al stock de capital, y por $L = L(t)$ al número de obreros de un país en el instante t . Supongamos que para $t \geq 0$:

$$X = AK^{1-\alpha}L^\alpha$$

$$\dot{K} = sX$$

$$L = L_0 e^{\lambda t}$$

donde A, α, s, L_0 y λ son constantes positivas, con $0 < \alpha < 1$. Deduzca de esas ecuaciones una única ecuación diferencial que determine $K = K(t)$ y halle la solución cuando $K(0) = K_0 > 0$.

$$\textcircled{P} L = \int_0^t \sqrt{8 \sin \theta} d\theta$$



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ECONÓMICA, ESTADÍSTICA Y CIENCIAS
SOCIALES
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ECONÓMICA

**EXAMEN FINAL
CÁLCULO INTEGRAL**

Nota sobre 20

PROFESORA : ROSA FABIOLA JABO BERECHÉ
SEMESTRE : 2023-2
FECHA : 13 DE DICIEMBRE DE 2023
DURACIÓN DE LA PRUEBA : 120 MINUTOS

Indicaciones

El examen debe ser resuelto de forma individual, sin apuntes, sin libros y sin ningún dispositivo electrónico.

PREGUNTA 1

(4 puntos)

Haga un estudio acucioso de la siguiente integral. Analice su convergencia

$$\int_1^3 \frac{x |\ln(x-1)|}{\sqrt{x^2 - 7x + 12}} dx$$

PREGUNTA 2

(6 puntos)

Instrumentos de renta variable (Modelo de Gordon):

Una acción puede ser valorizada según el dividendo que genere. Si asumimos que alguna acción adquirida hoy reparte un dividendo D que crecerá a una tasa constante g cada período, el valor actual de dicho instrumento es:

$$P = D + D \frac{(1+g)}{1+r} + D \frac{(1+g)^2}{(1+r)^2} + D \frac{(1+g)^3}{(1+r)^3} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} D \frac{(1+g)^n}{(1+r)^n}$$

- a) ¿Qué condiciones deben cumplir g y r para que el precio de la acción sea una serie convergente?
- b) Demuestre que, dado su razonamiento en a), $P = D \frac{(1+g)}{(r-g)}$
- c) Considere la siguiente versión del caso anterior:

$$P = \sum_{n=0}^{\infty} D \frac{e^{ng}}{e^{nr}}$$

Mediante el criterio de la integral determine las condiciones que deben cumplirse para que P sea convergente. Compare sus resultados con los obtenidos en a).